*Introducción*

En el presente informe se realizarán las actividades propuestas correspondientes al Trabajo Práctico 1 basadas en el sistema físico masa-resorte-amortiguador, representado en la Figura 1.

Imagen que contiene reloj, objeto

Descripción generada automáticamente

Figura 1. Esquema del sistema masa-resorte-amortiguador

En el mismo encontramos un cuerpo de masa *m* que está unida a una superficie por un resorte y un amortiguador desde uno de sus lados, al que se le aplica una fuerza *f* que va en dirección opuesta a la superficie.

Para su modelo matemático, debemos además considerar dos fenómenos que influyen en la evolución del sistema: la *elasticidad* y la *viscosidad*. La primera pertenece al resorte, mientras que la segunda al amortiguador. Ambas serán representadas con constantes en el modelo a definir.

*Modelo matemático*

El modelo matemático que representa el sistema físico con interés en el desplazamiento de la masa es el siguiente:

Ecuación 1. Modelo matemático del sistema físico.

Variables:

* *x*: Corresponde a la posición de la masa relativa a la posición inicial con respecto al eje horizontal, medida en metros.
* *f:* Representa la fuerza ejercida sobre el cuerpo en dirección opuesta a la superficie a la que es unido por medio del amortiguador y del resorte, medida en Newton.

Parámetros:

* *m:* Corresponde a la masa del cuerpo. Es igual a 50 kilogramos.
* *b:* Corresponde a la constante de viscosidad del amortiguador. Es igual a 3000 Newton\*segundos/metro.
* *k:* Corresponde a la constante de elasticidad del resorte. Es igual a 2500 Newton/metro.

*Suposiciones del modelo*

1. No se consideran fuerzas ajenas a la fuerza F ejercida y a las que ejercen por naturaleza el resorte y el amortiguador. No se considera la gravedad en el alcance.
2. Considerando la Figura 1, el movimiento se considera positivo hacia la derecha, esto es más lejos de la superficie relativo a la posición inicial.
3. Como la posición inicial no es dada, se considera que al momento t = 0 [s], x = 0 [m] y por consiguiente el modelo representa el desplazamiento respecto al punto inicial de la masa.
4. Al inicio de la simulación, se asume que el sistema está en estado estático.

*Clasificación del modelo*

* Continuo. Porque todas las variables son continuas, esto es, toman valor en todos los instantes de tiempo, porque el tiempo es una variable real.
* Dinámico. Porque para determinar el valor de variables internas o de salida se debe resolver una ecuación diferencial. (Ecuación 1)
* Invariante. Porque no hay parámetros que afecten a la variable x(t) que dependan del tiempo.
* Determinístico. No intervienen variables aleatorias.
* Lineal. Porque no hay ecuaciones no lineales, esto es en este caso que no hay términos no lineales donde se involucre la variable *x(t)*.
* SISO. Porque tiene una sola entrada, f(t), y una sola salida, x(t).
* Es de orden 2.

*Punto de equilibrio del modelo*

Para encontrar el punto de equilibrio del sistema, sea cual sea la fuerza *f*, debemos anular los términos que contienen derivadas, y reemplazar las variables por los puntos de equilibrio. Esto es:

Ecuación 2. Punto de equilbrio genérico del sistema.

*Punto de equilibrio del modelo para una fuerza de 1000 Newton*

Reemplazando por 1000 Newtons en la Ecuación 2 y *k* por su valor correspondiente, 25 Newton/centímetro, podemos encontrar el valor de la posición de equilibrio de la masa. Ver Ecuación 3.

Luego, el punto de equilibrio del sistema para una entrada de f de 1000 Newton es 0,40 metros respecto a la posición inicial.

*Implementación en Python con condiciones iniciales nulas*

La implementación hecha en Python puede verse en el archivo .py adjunto en la entrega. La posición del cuerpo, resultado de la simulación del modelo planteado en la sección anterior *modelo matemático,* durante 60 segundos con período de 0.05 segundos, para una fuerza de 1000 N que se ejerce sobre el cuerpo de 50 kg durante los primeros 15 segundos y luego pasa a ser 0, es la siguiente:

*Gráfico, Histograma

Descripción generada automáticamente*Figura 2. Gráfico posición-tiempo resultado de la simulación del modelo propuesto previamente en Python.

*Implementación en xcos con condiciones iniciales nulas*

Para la implementación en este software, debemos obtener en la salida del conjunto de bloques a la función x(t). Para eso, primero despejamos su derivada de mayor orden, para que sea más fácil de construir:

Luego de despejar la segunda derivada, podemos plantear el modelo matemático en xcos. siendo el siguiente el modelo planteado:

Diagrama

Descripción generada automáticamente

Figura 3. Modelo de simulación en xcos para el modelo propuesto.

Al simular el modelo 50 segundos con un período de 0.05 segundos, el resultado es el siguiente:

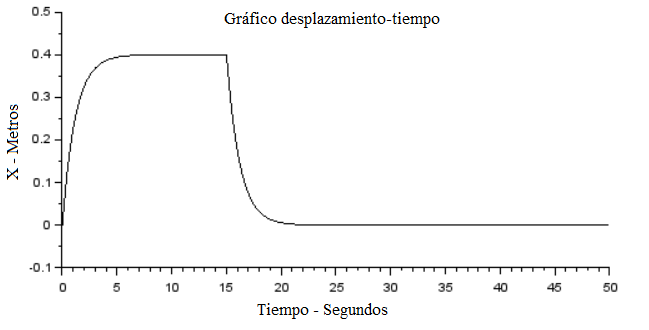
**

Figura 4. Gráfico desplazamiento – tiempo resultado de la simulación en xcos del modelo propuesto.

*Comparación y explicación de resultados*

Considerando el mismo tiempo de simulación y el mismo período, los resultados son iguales. No se aprecian diferencias entre ambos, y podemos destacar que en los dos casos la fuerza sobre el cuerpo aleja el mismo de la superficie 0,4 metros desde el punto inicial, llegando a un estado estacionario, donde deja de variar la posición (velocidad y aceleración nulas) y luego, al segundo 15, donde la fuerza ejercida pasa a ser 0 N, vemos que el cuerpo vuelve a su posición inicial, donde observamos que vuelve a entrar en un estado estacionario con el paso del tiempo.   
 Este comportamiento tiene sentido físico, dado que el sistema inicialmente se considera en estado estacionario, y, al ejercer una fuerza que lo aleja de la superficie a la cual está sujeto con un resorte y un amortiguador, el resorte genera una fuerza de restitución que se opone a la fuerza ejercida, mientras el amortiguador aplaca las oscilaciones que genera el resorte por fuerza de fricción, logrando así que el cuerpo entre en un estado estacionario a 0,4 metros de distancia con respecto al punto inicial.  
 Luego, al soltar el cuerpo, es decir, al volver la fuerza ejercida igual a 0 con el cuerpo a 0,4 metros del estado inicial, el resorte tiende a devolver el cuerpo hacia la superficie por la fuerza de restitución, siendo el amortiguador nuevamente quien ejerce fuerza de fricción y evita la oscilación infinita del resorte, logrando otro estado estacionario en x = 0 [m] cuando t tiende a infinito.

*Conclusión*

Podemos concluir en que el resultado obtenido es correcto; tiene sentido físico, y utilizando dos herramientas de simulación, en este caso a través de código en Python y de xcos, obtuvimos resultados similares.

*Bibliografía*

1. Apuntes de la cátedra.
2. Modelado de Sistemas Dinámicos – Universidad de Baja California <https://uabc-msd.blogspot.com/2009/04/masa-resorte-amortiguador.html>
3. Solving Differential Equations in Python: Higher order ODEs with solve\_ivp – University of Edinburgh <https://media.ed.ac.uk/media/Solving+Differential+Equations+in+PythonA+Higher+order+ODEs+with+solve_ivp/1_c8g7fwhw>
4. Dinámica de un Sistema masa-resorte-amortiguador - <https://dademuchconnection.wpcomstaging.com/2017/07/18/dinamica-de-un-sistema-masa-resorte-amortiguador/>